

Fatoração – Professor Edgar Almeida

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples.

PRINCIPAIS CASOS DE FATORAÇÃO:

I. Fator comum

$$ax + bx + cx = x \cdot (a + b + c) \quad (\text{O fator comum é } x)$$

$$12x^3 - 6x^2 + 3x = 3x \cdot (4x^2 - 2x + 1) \quad (\text{O fator comum é } 3x)$$

II. Agrupamento

$$\begin{aligned} ax + ay + bx + by &= && (\text{Agrupar em } \underline{\text{fator comum}}) \\ = (ax + ay) + (bx + by) &= && (\text{Colocar em evidência o fator comum}) \\ = a(x + y) + b(x + y) &= && (\text{Colocar o fator } (x + y) \text{ em evidência}) \\ = (x + y)(a + b) & && (\text{Este produto é a forma fatorada}) \end{aligned}$$

III. Diferença de quadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

IV. Trinômio quadrado perfeito

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$$

Um trinômio é quadrado perfeito quando:

- dois de seus termos são quadrados perfeitos (a^2 e b^2)
- o outro termo é igual ao dobro do produto das raízes dos quadrados perfeitos ($2ab$)

V. Trinômio do segundo grau

Trinômio do tipo $x^2 + bx + c$

Devemos procurar dois números p e q que tenham soma b e produto c .

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

$$\text{Exemplo: } x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

VI. Soma de cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{Exemplo: } x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

VII. Diferença de dois cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

EXERCÍCIOS

1. Fatore $(a + 1)^2 + 2(a + 1) + 1$
2. Fatore $x^2 - 14x + 4 + 3(x - 2)(x + 1)$
3. Fatore $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$
4. Fatore: $x^2 + 6x + 9$
5. Fatore: $x^4 - y^4$
6. Se $x^2 + y^2 = 1681$ e $x \cdot y = 360$, calcule $x + y$, sabendo que x e y são números positivos.
7. Seja a expressão $p = (x - 1)(x + 2) - 2(x + 2)(x - 5)$ e $q = 2(x + 2)(x - 5)$, simplifique $p \setminus q$.
8. Fatore a expressão $E = a^2 + ba + 2a + 2b$
9. Fatore a expressão: $3xy + 3 - x - 9y$
10. Fatore a expressão: $abd - abe + acd - ace$
11. Efetue o produto $(x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)$.
12. Simplifique a expressão: $E = (\sqrt{28} - \sqrt{24})^4 \cdot (\sqrt{28} + \sqrt{24})^4$
13. Fatore: $9x^2 - 12x + 4$
14. Fatore: $(x + y)^2 - 2(x + y) + 1$
15. Fatore: $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$
16. Fatore: $4x^2 - z^2 + 4xy + y^2$
17. Se $x = \sqrt{3} + 1$, calcule $x^2 - 2x + 1$.
18. Fatore: $4X^2 - 2X + \frac{1}{4}$
19. Fatore $3xy^2z^3 + 6xyz^3 - 3xz^2$.
20. Fatore a expressão: $15xy^2 - 10x^2y^2$.
21. Fatore a expressão: $27x^3y^3 + 81x^2y^4$.
22. Fatore a expressão: $14a^2b^3 + 17b^3$.
23. Fatore a expressão: $11a^3b^2 - 15a^2b$

24. Fatore a expressão: $bc(b+c) + ca(c-a) - ab(a + b)$
25. Fatore a expressão: $a^2 + 4a + 4 - b^2 + 2b - 1$
26. Fatore a expressão: $a^2 - 6a - b^2 + 2b + 8$
27. Fatore a expressão: $a^4 + 1$
28. Fatore a expressão: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 2b^3$
29. Fatore a expressão: $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + 7b^3$
30. Fatore a expressão: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

RESPOSTA DOS EXERCÍCIOS

1. $(a + 2)^2$
2. $(x - 2) - (4x - 5)$
3. $(x + 3)^2 \cdot (x - 3)^2$
4. $5(x + 3)^2$
5. $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$
6. 49
7. $\frac{-x+9}{2(x-5)}$
8. $E = (a + b)(a + 2)$
9. $(x - 3)(3y - 1)$
10. $a \cdot (d - e)(b + c)$
11. $x^4 - y^4$
12. 64
13. $(3x + 2)^2$
14. $(x + y + 1)^2$
15. $(x - z + z) \cdot (x - y - z)$
16. $(2x + y + z)(2x + y - z)$
17. 3
18. $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$
19. $3xz^2(y^2z + 2yz - 1)$
20. $5xy^2(3 - x)$
21. $27x^2y^3(x + 3y)$
22. $b^3(14a^2 + 17)$
23. 23 XX XX
24. $a^2b \cdot (11ab - 15)(a + b)(b + c)(c - a)$
25. $(a + b + 1)(a - b + 3)$
26. $(a + b - 4)(a - b - 2)$
27. $(a^2 + a\sqrt{2} + 1)(a^2 - a\sqrt{2} + 1)$
28. $(a + 2b)(a^2 + b^2 + ab)$
29. $(a + b)(a^2 - 4ab + 7b^2)$
30. $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$