

Lista de Exercícios
Professor Edgar Almeida - edgar.almeida@gmail.com
Bauru, 17 de maio de 2009.

FATORAÇÃO

Exercícios de Fixação

- 1: Fatore $(a + 1)^2 + 2(a + 1) + 1$.
- 2: Fatore $x^2 - 10x + 13 + 3(x - 2)(x + 1)$.
- 3: Fatore $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$.
- 4: Se $x^2 + y^2 = 1681$ e $xy = 360$, calcule $x + y$, sabendo que x e y são números positivos.
- 5: Fatore $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$.
- 6: Fatore $15xy^2 - 10x^2y^2$.
- 7: Fatore $27x^3y^3 + 81x^2y^4$.
- 8: Fatore $a^2 + 4a + 4 - b^2 + 2b - 1$.
- 9: Fatore $a^2 + 6a - b^2 + 9$.
- 10: Fatore $a^4 + 1$.

INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO

Exercícios de Fixação

- 1: Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$, determine a imagem de 3, -3 e π .

Questões de Vestibulares

- 2: (Fuvest) Seja $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. a) Calcular $f\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ b) Calcular x sabendo que $f(x) = 1$.
- 3: (Unesp) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x - 1$. Determine todos os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais é válida a igualdade $f(m^2) - 2f(m) + f(2m) = \frac{m}{2}$
- 4: (Unesp) Uma função de variável real satisfaz a condição $f(x + 2) = 2f(x) + f(1)$, qualquer que seja o valor da variável x . Sabendo-se que $f(3) = 6$, determine: a) $f(1)$ b) $f(5)$.
- 5: (Unesp) Considere um quadrado de diagonal d e perímetro p . A função que define a diagonal do quadrado em termos do perímetro é dada pela expressão: a) $d(p) = \frac{\sqrt{2}p}{4}$ b) $d(p) = \frac{p}{2}$ c) $d(p) = \frac{p\sqrt{2}}{4}$ d) $d(p) = \frac{p\sqrt{2}}{2}$ e) $d(p) = \frac{p^2\sqrt{2}}{4}$.
- 6: (Unesp) Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma expressão definida pela expressão $f(x - 2) = x^3$, então o valor de $f(3)$ é igual a: a) 1 b) 27 c) 8 d) 125 e) 0

Problemas Olímpicos

7: (XXV OCM) Mostre que existem duas constantes A e B , com $A > B$, tais que a fração $\frac{f\left(\frac{1}{2x+1}\right)}{f(x)}$, onde $f(x) = \frac{1+Ax}{1+Bx}$ e $x \neq -\frac{1}{B}$ independe do valor de x .

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS

Fatoração

1: $(a+1)^2 + 2(a+1) + 1 = a^2 + 2a + 1 + 2a + 2 + 1 = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$ **2:** $x^2 - 10x + 13 + 3(x-2)(x+1) = x^2 - 10x + 13 + 3(x^2 - x - 1) = x^2 - 10x + 13 + 3x^2 - 3x - 3 = 4x^2 - 13x + 10 = (x-2)(4x-5)$ **3:** $(x^2 + 9)^2 - 36x^2 = x^4 + 18x^2 + 81 - 36x^2 = x^4 - 18x^2 + 81 = (x^2 - 9)^2$ **4:** $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = (x+y)^2 = (x^2 + y^2) + 2(xy) = (x+y)^2 = 1681 + 2.360 = (x+y)^2 = 2401 = x+y = \sqrt{2401} = x+y = 49$ ou $x+y = -49$ (não convém). Logo, $x = 49$. **5:** $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} = (2x)^2 - 2(2x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (2x + \frac{1}{2})^2$ **6:** $15xy^2 - 10x^2y^2 = y^2(15x - 10x^2) = y^2 5x(3 - 2x) = 5xy^2(3 - 2x)$ **7:** $27x^3y^3 + 81x^2y^4 = 27x^2y^3(x + 3y)$ **8:** $a^2 + 4a + 4 - b^2 + 2b - 1 = (a+2)^2 - (b^2 - 2b + 1) = (a+2)^2 - (b-1)^2 = [(a+2) + (b-1)][(a+2) - (b-1)] = (a+b+1)(a-b+3)$ **9:** $a^2 + 6a - b^2 + 9 = (a^2 + 6a + 9) - b^2 = (a+3)^2 - b^2 = ((a+3) + b)((a+3) - b) = (a+b+3)(a-b+3)$ **10:** $a^4 + 1 = (a^2 + 1)^2 - 2a^2 = (a^2 + 1)^2 - (\sqrt{2}a)^2 = ((a^2 + 1) + (\sqrt{2}a))((a^2 + 1) - (\sqrt{2}a)) = (a^2 + a\sqrt{2} + 1)(a^2 - a\sqrt{2} + 1)$

Introdução ao conceito de função

1: $f(3) = 18$, $f(-3) = -18$ e $f(\pi) = \pi^3 - 3\pi$ **2:** a) $\frac{13}{9} - \sqrt{2}$ b) $x = 0$ ou $x = \frac{3}{2}$ **3:** $m = 0$ ou $m = \frac{1}{4}$ **4:** a) 2 b) 14 **5:** C **6:** D